



Hausübungen zur Vorlesung  
Quantenalgorithmen  
WS 2006/07

Blatt 2 / 9. November / Abgabe 22. November

**AUFGABE 1** (5 Punkte):

Geben Sie eine unitäre Matrix an, die  $|00\rangle$  auf ein EPR-Paar  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$  abbildet.

**AUFGABE 2** (5 Punkte):

Sei  $H_3 = W_2 \otimes W_2 \otimes W_2$  und  $|y\rangle \in \{0, 1\}^3$ . Zeigen Sie, dass

$$H_3|y\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{x \in \{0,1\}^3} (-1)^{x \cdot y} |x\rangle,$$

wobei  $x \cdot y$  das Skalarprodukt von  $x$  und  $y$  ist.

**AUFGABE 3** (5 Punkte):

Zeigen Sie, dass jede Permutationsmatrix unitär ist.

**AUFGABE 4** (5 Punkte):

Alice, Bob und Charlie teilen sich den folgenden 3-Qubit Zustand

$$\frac{1}{2}(|111\rangle - |100\rangle - |010\rangle - |001\rangle),$$

wobei Alice das 1. Qubit gehört, Bob das 2. und Charlie das 3. Qubit. Weiterhin hat jeder ein klassisches Bit  $b_A, b_B, b_C$ , so dass gilt  $b_A \oplus b_B \oplus b_C = 1$ .

Ziel von Alice, Bob und Charlie ist die Ausgabe von Bits  $a, b, c$  mit der Eigenschaft

$$b_A \wedge b_B \wedge b_C = a \oplus b \oplus c. \quad (1)$$

Dazu führen sie folgendes Protokoll durch:

- Jeder Teilnehmer, dessen klassisches Bit Null ist, führt  $W_2$  auf seinem Qubit aus.
  - Jeder misst sein Qubit und gibt das Ergebnis aus.
- (a) Zeigen Sie, dass das Protokoll korrekt ist, d.h. dass Gleichung (1) erfüllt wird.
- (b) (2 Bonuspunkte:) Zeigen Sie, dass es keinen deterministischen Algorithmus gibt, der das Problem löst.
- (c) (3 Bonuspunkte:) Angenommen Alice, Bob und Charlie haben Zugriff auf einen gemeinsamen Zufallsstring (d.h. eine Sequenz von Münzwürfen). Konstruieren Sie ein klassisches Protokoll mit Erfolgswahrscheinlichkeit  $\frac{3}{4}$  für *jede* Eingabe.